

《费费数学宝典》详解版

Ver. 2003-6-15 (校正稿)

题目版权属原作者所有，题目解释版权由 ChaseDream 网站与作者共同所有；

电子版由 www.chasedream.com 网站校正、维护；

寻找最新版本或反馈使用信息，请访问：<http://forum.chasedream.com>

注意：(1) 仅供个人学习研究试用；

(2) 不得用于任何商业用途，违者后果由使用者承担；

总结作者：

Anchoret, joywzy, linlin315, terry_tin, 祈晴坊主, renprince, lyricling, jacy, siebel, 晴天猪, viviandq, hz, lindagmat, mike1999, Zeros

分 工

【数学宝典】第一部分

01-05 by Zeros

06-10 by linlin315

11-15 by linlin315

16-20 by Anchoret

21-15 by siebel

26-30 by Anchoret

【数学宝典】第二部分

01-05 by terry_tin

06-10 by Zeros

11-15 by linlin315

16-21 by terry_tin

【数学宝典】第三部分

01-05 by joywzy

06-10 by 祈晴坊主

11-15 by 祈晴坊主

16-20 by jacy

21-25 by renprince

26-30 by lyricling

31-35 by Jacy

36-40 by Siebel

41-45 by 晴天猪

【数学宝典】第四部分

01-05 by lindagmat

06-10 by mike1999

11-15 by viviandq

16-20 by viviandq

21-25 by lindagmat

26-30 by Jacy

31-36 by lindagmat

【数学宝典】第五部分

01-05 by joywzy

06-10 by lindagmat

11-14 by lyricling

【数学宝典】第六部分

01-05 by lindagmat

06-10 by lindagmat

11-15 by lindagmat

16-20 by lindagmat

21-27 by lindagmat

感谢所有参加《数学宝典》讨论的朋友！



ChaseDream.com

--- World's Largest Organization for Chinese Students/Professionals from Elite Business Schools

ChaseDream 荟萃新世纪新“华商”。

中国心，中华根；全球志，寰宇梦！

从椰影婆娑的马达加斯加到万里雪飘的西伯利亚，从资本涌动的华尔街到日新月异的上海滩，新一代高素质的“华商”正在打造 21 世纪最响亮的品牌——“中国”。

ChaseDream 不断完善现实和虚拟网络平台，使海外学子和商业精英在更高的起点归国创业；

ChaseDream 汇集最全的网上免费考试资源，使中华莘莘学子迈向顶尖商学院之路如虎添翼；

ChaseDream 速递最新的全球商院申请信息，使中华申请人从容掌握选校简历文书面试签证；

人类因梦想而伟大；人生因逐梦而精彩！



功能介绍，新手导航

【梦网导航】



大牛指点；团队复习；高效备考；快乐 GMAT~~~

【走出 GMAT 困境】



Share, Support, Sustain --- CBSF 将成为我们共同奋斗的新家园……

【ChaseDream Business Student Fellowship】

“The strong and large alumni networks”—— 几乎是所有顶级商院的骄傲宣言，也是我们 B-school 莘莘学子们的美好向往！然而无论是志在四海的游子们，还是重返家园的海归们，我们的梦想永远牵系着中华民族这条古老的根！

CBSF —— 一个因为梦想而辉煌的群体，尊重理念，开拓进取，我们拥有上百名即将走入顶级 B-school 的兄弟姐妹，我们拥有 ChaseDream 这个互助友爱的网上家园，我们更拥有 **Share, Support, Sustain** 的宗旨精神！

欢迎联系我们：master@chasedream.com

访问我们的网站：<http://www.chasedream.com>

【费费数学宝典】第一部分

(一) 01-05 by Zeros

1、有一个集合 A 是正整数，从 101-550，(inclusive) 问从中任取一个数，(该数以 1、2、3 开头，4、5、6 结尾)，求符合此情况的数的概率。

【答案】20%

【思路】

101-550 中，共有 450 个整数；

从六个数字 (1、2、3；4、5、6) 中分别选出两个做一头一尾一共是 $3*3=9$ ，当中的那个数字可以从 1~0 共十个，所以总共为 $10*9=90$ 。即：百位数 C1/3，十位数 C1/10，个位数 C1/3，概率为 $3*10*3/450=20\%$

2、直角坐标系中，有 L1 和 L2 两条直线，L2 是否过第二象限？

(1) L1 垂直于 L2；

(2) L1 过原点；

【答案】E

【思路】

画出直角坐标系的图，(1) L1 垂直于 L2，单独不充分 (2) L1 过原点，单独不充分；(1) (2) 同样不充分，答案为 E。

3、有 10 个数，其中 7 个数相同，问这 10 个数的 $average > median$ ？

(1) 另 3 个数中每一个都大于这 7 个数；

(2) 另 3 个数的 $average >$ 这 7 个数的 $average$ ；

【答案】D

【思路】

设 7 个相同的数为 X， $Median=X$ ；

(1) 另 3 个数中每一个都大于这 7 个数；则 $average > Median$

(2) 另 3 个数的 $average >$ 这 7 个数的 $average$ ；得出：中数 $Median=X$ ，所以 $average > Median$ 选 D

4、一个三位数的百位数是几？

(1) 该三位数加上 150 后的新数的百位数是 4；

(2) 该 3 个数加上 150 后的新数的十位数是 5；

【答案】C

【思路】

(1) 加上 150, 10 位存在进位与不进位两种情况: $260+150=410$, 符合条件; $340+150=490$ 同样符合条件, (1) 单独不充分;

(2) 只要新加上的数, 10 位为 0, 即符合条件, (2) 单纯不充分;

(1) (2) 得出: 新加的数 10 位为 0, 百位为 3, 选 C。

5、 $P=xy$, P 为质数, 求 $x+y$ 可能为下面哪些数 Except.

(1) 3

(2) 4

(3) 6

(4) 10

(5) 12

【答案】(4)

【思路】

质数= $1 \times$ 质数, P 为质数 $\Rightarrow x, y$ 中一个为 1, 另一个数为质数;

(1) $3=2+1$;

(2) $4=1+3$;

(3) $6=1+5$;

(4) $10=1+9$ 选它!

(一) 06-10 by linlin315

6、 P 为 627 的倍数, 且 P 个位为 4, $Q=P/627$, 问: Q 个位为几?

【答案】2

【思路】 $P=627 \times K$, 因 P 的个位为 4, 所以 K 的个位一定为 2, $Q=P/627=627 \times K/627=K$

所以 Q 的个位为 2。

7、一直线 L 过点 $A(5,0)$, $B(0,2)$, 坐标原点为 O , 点 $P(x,y)$ 为三角形 OAB 中的一点, 问: $y < x$ 的概率为多少?

【答案】 $5/7$

【思路】面积求法: 直线 $y=x$ 交 AB 于 $C(10/7, 10/7)$, 将三角形 AOB 分为两个三角形, 三角形 OCA 中个点都满足 $Y < X$ 所以所求概率= OCA 的面积/ OAB 的面积= $(5 \times 10/7) / 2 \times 5 = 5/7$

8、5 个人围着一个圆桌的 5 个位置坐, 相对位置相同的坐法算 1 种, 问有多少种不同的坐法?

【答案】24

【思路】

直线排列 p55, 圆圈减 1: p44。参见精华版 Linlin 圆圈总结。

[原创]linlin 的圆形排列和条形排列总结!

<http://forum.chasedream.com/dispbbs.asp?boardID=22&ID=3108>

先写规律：环形排列与直线排列相比，就相当于少了一个元素。所以可以先求直线排列，再求圆形排列。以下的题都选自以前jj里的题

例一、在已有5个钥匙的钥匙环中放入2个钥匙,这2个钥匙相邻的概率?

我的思路：第一种解法：题目可以转化为先将其中一把钥匙A放入钥匙链种，这样key chain中就有6把钥匙了！然后再放另一把钥匙B，求钥匙B和钥匙A相邻的概率。六把钥匙六个位置，所以分母是6（因为是圆）分子要求B和A相邻的话只有两个位置。所以是2/6

第二种解法：利用这个规律

本题直线排列是： $2C(1,6)/P(2, 7)$

所以换成环形的话就应该是： $2C(1,5)/p(2,6)=2/6$

所以本题的答案是2/6

例二、五个人站成一个圈的那道题：利用规律很容易得 $p(4,4)$

例三、5个点（其中有一红点）排成一个圆圈，5个人A、B、C、D、E，其中A必须站在红点上，问有多少种不同的站法

因为A点的位置是固定的，所以我们先排其他4个点。按环形排要少一个元素，所以这四个点排成一个圆形的话就是 $P(3,3)$

他们排好后有4个位置可以放A，所以是4

因而我认为答案应该是 $P(4,4)$

例四、6个盘子，一蓝5白，摆成一圈。五种坚果，其中有N和R，别的不知。如果N或R之一必须放在蓝盘子中，其他盘子各放一个坚果，共有几种摆法。

[确认] 240

[思路] $2 * P(5, 4) = 240$

首先6个盘子5白一蓝排成一个圈的排法只有一种，所以只需考虑坚果的方法！

放入蓝盘子的坚果有N或R所以有两种。

其他五个盘子放4中坚果，与要考虑排列所以是 $P(5,4)$

所以最后答案是240

9、9个整数构成等差数列，问其中间项为几？

(1) 头7个中间项为13；

(2) 后7个中间项为17。

【答案】 C

【思路】 由条件1可知 $A_4=13$,由条件2可知 $A_6=17, A_6-A_4=2D, D=2$,所以9个数的中间项 $A_5=15$
(本题用到的公式：中间项公式 $2a(n+1)=a(n)+a(n+2)$)

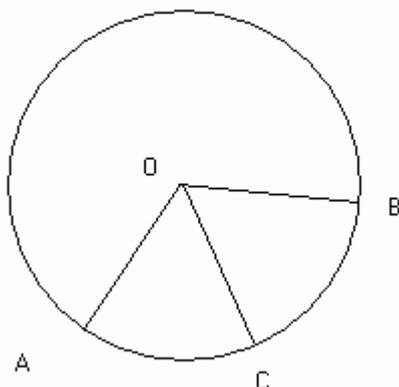
$$a_4=a_1+3d=13$$

$$a_6=a_1+5d=17$$

由上面两个式子可以求得 a_1 和 d ,从而得出 a_5 .或 a_5 可以由 $(13+17) / 2$ 得到。

10、问 O 是否为圆心？（如图所示，A、B、C 均为圆上的点）

- (1) $AO=OB$
- (2) $AO=OC$



【答案】 C

【思路】

证法：到三角形 ABC 的三个定点的距离相等的点一定是三角形重心，由定理可知，该点必为该三角形外接圆的圆心，所以 o 一定为圆心！

(一) 11-15 by linlin315

11、问点(r,s)在直线 $y=2x+3$ 上？

- (1) $(2r-s+3)(4r+2s-6)=0$
- (2) $(3r+2s-5)(2r-s+3)=0$

【答案】 E

【思路】由 (1) $s=2r+3$ 或 $s=-2r+3$, 可知点(r,s)或者在直线 $y=2x+3$ 上或者在直线 $y=-2x+3$ 上。由 (2) $s=-3/2r+5/2$ 或 $s=2r+3$, 可知点(r,s)或者在直线 $y=-3/2x+5/2$ 或者在直线 $y=2x+3$ 上。所以排除 A,B,D。

(1) 和 (2) 结合也不能推出点 (r,s) 就一定在直线 $y=2x+3$ 上。因为 (1) (2) 条件联合可得 3 种方程组。

第一个: $(2r-s+3)=0$ 与 $(3r+2s-5)=0$

第二个: $(4r+2s-6)=0$ 与 $(2r-s+3)=0$

第三个: $(4r+2s-6)=0$ 与 $(3r+2s-5)=0$

通过前两个可以得出在 $2r-s+3=0$ 直线上，但第三个方程组解出的点并不在此直线上。故选 E

12、共有 200 人，其中买 A 产品的有 50 人，买 B 的有 40 人，买 C 的 75 人，买 D 的 60 人，买 E 的 85 人，已经既买 A 又买 B 的是 15，求既不是 A 又不是 B 的人数？

【答案】125

【思路】 $200 - (50 + 40 - 15) = 125$

13、直线 L 通过(1,q)，问 slope>0?

(1) 该直线通过(q,1)

(2) 该直线通过(13,q)

【答案】B

【思路】(1) 不可，因 $q=1$ ，(2) 可，slope=0

14、If L1 的斜率<0，问 Intercept 是否为正？

(1) L1 过 (4, 5) 点

(2) 在 X 轴的 intercept 为正

【答案】D

【思路】画下图即可。D each statement alone is sufficient

15、某一物体运动的高度 (H) 的表达式为 $H = -16(t-3)(t-3) + 150$ ，求该物体达到最高点 2 秒后的高度？

【答案】86

【思路】当 $t=3$ 时达到最高点，求最高点之后 2 秒的高度。 $t=5$ 代入方程即可。

(一) 16-20 by Anchoret

16、{x,y,z} 的 subset 是 X, Y, Z, XY, XZ, YZ, XYZ; 问: {W, X, Y, Z} 的所有 subset 中有多少含有 W?

【答案】8

【思路】穷举一下: W,X,Y,Z,WX,WY,WZ,XY,XZ,YZ,WXY,WXZ,WYZ,XYZ,WXYZ

17、m is two digit number and 2m is a three digit number, what is the unit digit of m?

(1) the unit number of 2m is 4;

(2) the unit number of m is the same as the tens number of 2m;

【答案】E

【思路】(1) 表示 the unit number of m 可以是 2 或 7;
(2) 没有去除任何可能, 举例 m 可以是 64 或 87。

18、A, B 是 0-9 之间的正整数, 且 $A+B=14$, 设 $x=0.A$, $y=0.B$, 问 x 乘以 y 的最大值是多少?

【答案】0.49

【思路】

题目: $x+y=1.4$, 求 $\max(xy)$

提示: x 与 y 相等时 xy 最大

另一种思路: 穷举

$A=5; B=9$

$A=6; B=8$

$A=7; B=7$

0.45

0.48

0.49

0.49 是答案

19、扔两个子 (1-6), 问面朝上的值相加 >9 的概率?

【答案】 $1/6$

【思路】古典概率 (6, 4); (6, 5); (6, 6); (5, 5); (5, 6); (4, 6) 共 36 种可能

20、有 350 个人, 不是研究生就是本科生, 从中任取一个, 是女研究生的概率?

(1) 研究生有 187;

(2) 女的有 247;

【答案】: E

【思路】: 古典概率, 但不知道女研究生的人数, 所以选 E

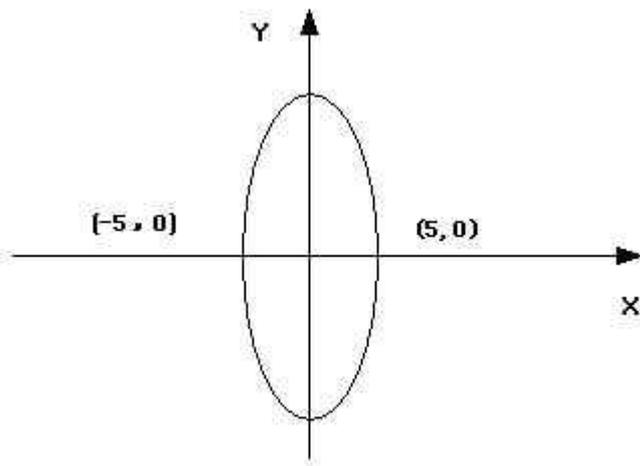
(一) 21-15 by siebel

21、有 400 个人, 387 个人 ≤ 20 岁, 14 个 ≥ 20 岁, 问: 从中任取一个是小于 20 岁的概率?

【答案】 $(387 - ((387 + 14) - 400)) / 400 = 96.5\%$

【思路】不大于 20 岁的人数 387 - 等于 20 岁的人数 $(387 + 14 - 400) =$ 小于 20 的人数

22、图为一圆，问此圆上 X, Y 均为整数的点有几个？



【答案】12

【思路】第一象限:(3,4) (4,3) 2 个点. 数轴上 4 个距离原点为 5. 总共:2*4+4=12

23、两个班 A, B, 在某次考试中的分数如下: 问 A 和 B 在一起的 average > median ?

班级	median score	average score
A	80	82
B	78	74

(1) A 37 人, B 40 人;

(2) A+B 77 人;

【答案】a

【思路】

$$\text{ave}(a+b) \approx 77.8$$

$$a_{37} \rightarrow a_{(19)} \geq 80$$

$$b_{40} \rightarrow b_{(20)} \geq 78; b_{(21)} \geq 78$$

$$\text{median}(a+b) = (a+b)_{39} \geq 78 > \text{ave}(a+b)$$

选 a

24、软皮本 6, 硬皮本 2, 任意抽 4 本, 至少有一本硬皮的可能数?

【答案】55

【思路】

一本硬皮都没有: $C_6^4 = 15$, $C_8^4 - 15 = 55$

25、一块含水的木头重 60 克，水重 30 克，我们说它含水 100%。另一块含水的木头重 1200 克，含水 20%。问含水多少克？

【答案】 200

【思路】

100%就是水与净木的比，那么在要求的这块木头中，水：净木（木头重量减去水的重量）=20%
 $\mu + \text{shui} = 1200$
 $\text{shui} / \mu = 0.2$
 $\rightarrow \text{shui} = 200$

(一) 26-30 by Anchoret

26、 $n = ABCD$ (A-D 均大于 1 的质数)，问 n 除了 1 之外有几个因子？

【答案】: 15

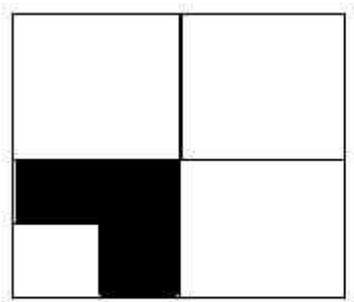
【思路】: $C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4$ 或 $2^4 - 1$

27、1, 2, 3, 6, 7, 8 构成两个数字不同的三位数，问这两个数的 least possible difference ?

【答案】: 29

【思路】: 316-287

28、已知 A 点落在下面的正方形内，问其落在阴影部分的概率？



【答案】: 3/16

【思路】: 古典概率, 按面积算

29、某个数列的通项公式为 $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$, 问: $a_6 = ?$

(1) $a_6 - a_5 = 3$;

(2) $a_7 + a_8 = 34$;

【答案】: C

【思路】: 把(2)化成 $3a_6 - 2a_5 = 34$, 然后与(1)联立, 就可以得出结论

30、一个数被 13 除时, 商是 K, 余数是 2; 被 17 除时余数为 2, 问 K 被 17 除余几?

【答案】: 0

【思路】: 令这个数为 x , $13k = x - 2$, $x - 2$ 能被 17 整除, 所以 k 能被 17 整除

【费费数学宝典】第二部分

(二) 01-05 by terry_tin

1、一个班总共有 60 个字生，他们要么学习西班牙语，要么学法语，或两者都学。学西班牙语的有 36 人，其中包括 6 个学两种语言的。问学法语的有多少人？

【答案】： 30

【思路】

根据集合定律： $A \cup B = A + B - AB$ 交集, 设学法语的为 X 人 $\rightarrow 60 = X + 36 - 6 \rightarrow X = 60 - 36 + 6 = 30$

2、一个单位给员工做胸牌，胸牌号码由 2-9 中的 3 位数组成，不重复。已经做了 330 个，问还可做多少个？

【答案】 6

【思路】

2-9 一共是 8 个数字，从中取出三个数字不重复的做法一共有： $P_{8,3} = 336$
已经做了 330，则还要作 $336 - 330 = 6$ 。

3、直线 $X + 2Y = 6$ 与 X 轴和 Y 轴相交而成的三角形的面积。

【答案】 9

【思路】

先求出直线与 X 轴和 Y 轴的交点：令 $Y = 0 \rightarrow X = 6 \rightarrow X$ 轴交点

令 $X = 0 \rightarrow Y = 3 \rightarrow Y$ 轴交点

面积 $S = 1/2 * 3 * 6 = 9$

4、从 0-9 这十个数中由四位数组成电话号码，首位不为零。问：能组成多少个电话号码？

【答案】 9000

【思路一】

由 0~9 组成的首位不为 0 的四位数为 1000~9999，所以总数为 $10000 - 1000 = 9000$

【思路二】

先在九个中（除 0）找一个给第一位，即为 $C_{9,1}$

然后后面每个都有十种选择 10^3

所以 $9 * 10^3 = 9000$

5、一个圆上的 7 个点，能组成的三角形的数目与能组成的四边形的数目之比。

【答案】1

【思路】

每三个点组成一个三角形，因此三角形的数目为 $C_{7,3}$

每四个点组成一个四边形，因此四边形的数目为 $C_{7,4}$

$$C_{7,3}/C_{7,4}=1$$

(二) 06-10 by Zeros

6、 $1+X+X^2+X^3+X^4+X^5 < 1/(1-X)$?

(1) $X > 0$

(2) $X < 1$

【答案】C

【思路】

(1) 不可。因 $x=1$ 搞定。

(2) 不可。

(1) (2) 合起来， $1-x^2 > 0$ ，可以。

$$(1+x) + x^2(1+x) + X^4(1+x) < 1/(1-x)$$

$$(1-x^2) + x^2(1-x^2) + x^4(1-x^2) < 1$$

$$(1-x^2)(1+x^2+x^4) < 1$$

$$(1-x^2) * (1+x^2) + (1-x^2) * x^4 < 1$$

$$1-x^4+x^4-x^6 < 1$$

$$1-x^6 < 1$$

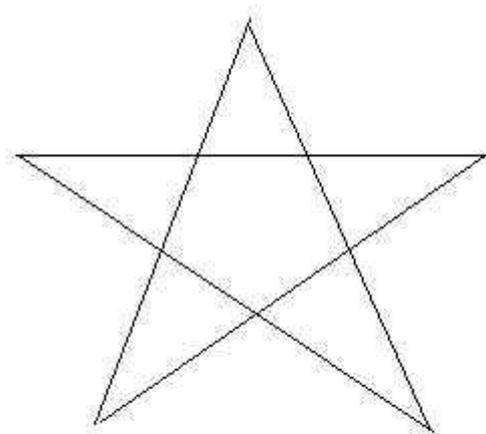
7、N 为 1-99 之间的整数，问满足 $N(N+1)$ 被 3 整除的 N 的概率。

【答案】2/3

【思路】

1、2、3 中，2、3 两个数符合条件 $n(n+1)$ 能被 3 整除的条件，由于 3 个数一循环，所以比例为 2/3。

8、五角星的五个顶角之和？



【答案】180 度

【思路】

根据三角形任意外角=不相邻两内角得和,可以把五角星的五个角归集到一个三角形里三角和=180。

9、从 $X-Y$, $X+Y$, $X-5Y$, $X+5Y$ 中任选两个,能组成 X^2-DY^2 (D 为某一数值) 的概率是多少?

【答案】1/3

【思路】

$$2/C(2,4) = 1/3$$

10、袋中有四个球,分别为红、黄、蓝、绿四个颜色,求任取出两个,其中有一个为蓝或绿球的概率?

【答案】5/6

【思路】

其中有一个为蓝 $C(1,3)$; 其中有一个为绿 $C(1,3)$; 两者的重复情况: 一种 (蓝, 绿)

所以: $[2*C(1,3)-1]/C(2,4)=5/6$

或:

在两个球中一个蓝或绿的情况,或者是两个都是蓝或绿的情况

$$(1/2*1/2+1) /6=5/6$$

(二) 11-15 by linlin315

11、一个有 200 人的小组中,选 P 的有 125 人,选 S 的有 81 人,求既不选 P 也不选 S 的人有多少?

(1) 选 S 的人中有 20%的人选了 P;

(2) 选 P 的人中有 56 人没有选 S;

【答案】D

【思路】 $I=p+s-ps+\text{非 } p \text{ 非 } s$ (I 代表全集), 所以只要求出 ps 即可! (1) 和 (2) 分别可以求出即选了 p 又选了 s 的人数。所以答案是 D

12、6 本书中有 2 本是历史书, 6 本书在书架上直线排列, 其中两本历史书要在其他书的左侧的排法有多少种?

【答案】48

【思路】将书分为两部分: 其他 4 本书, 和 2 本历史书

先排 4 本书 $P(4,4)$

再排 2 本书 $P(2,2)$

因为要求 2 本书放在 4 本书的左侧, 则两部分的顺序给定, 不用考虑了!

所以 $P(4,4)*P(2,2)=48$

13、在已经有 5 个钥匙环中放入两个钥匙, 这两个钥匙相邻的概率?

【答案】 $1/3$

【思路】大致与 12 题类似, 也可以将两把钥匙作为一个元素。其他五个元素全排列: $P_{5,5}$ 这两把钥匙交换次序, 则共有 $2*P_{5,5}$ 一共的次序有: $P_{6,6}$ ----> 概率: $2*P_{5,5}/P_{6,6}$

14、Z, X 是整数, 且绝对值 >1 , 问 Z 的 X 次方是否小于 1?

(1) $X < 0$;

(2) Z 的 Z 次方 < 1 ;

【答案】A

【思路】找个数带一下就好了。1. $z > 0$, 小于; $z < 0$, 小于。2. $z < 0$ 。不一定。

15、 $a\#b=a+b-ab$, 问下列等式: $a\#b=b\#a$, $a\#0=a$, $(a\#b)\#c=a\#(b\#c)$ 哪个正确?

【答案】全选

【思路】这里的 $a\#b=a+b-ab$ 就是一个题中给定的公式, 让我们做题时需要带入的公式。不用考虑 # 到底是啥。以 $a\#b=b\#a$ 为例。就是看 $a\#b$ 和 $b\#a$ 分别带入公式后是否相等就可以了。 $a\#b=a+b-ab$; $b\#a=b+a-ab$ 当然相等了! 所以对!

(2) 和 (3) 同理代入就好了! 也是相等的!

(二) 16-21 by terry_tin

16、抛币正反机率各半，问抛两次至少一次正面的机率？

【答案】3/4

【思路】抛两次都是反面的机率是 $1/2 * 1/2 = 1/4$, 因此从总数中减去两次都是反面的机率就是至少一次正面的机率，答案为 $1 - 1/4 = 3/4$

17、20 个人，17 个能做 A 工作，18 个人能干 B 工作，15 个人能干两种工作，选一个人，他既不能干 A 工作，也不能干 B 工作的概率是多少？

【答案】0

【思路】假设不能干 A，也不能干 B 的人数为 X, 则 $17 + 18 - 15 + X = 20$ ----> $X = 0$
因此概率也为 0.

18、300 个病人有 3 种症状 A、B、C (每人至少有一各症状)，A 为 35%，B 为 45%，C 为 40%，有且仅有两种症状的为 10%，问有且仅有一种症状的为多少人？

【答案】255

【思路】假设同时有三种症状的百分比为 X, 而有且仅有一种症状的百分比为 Y
则 $35\% + 45\% + 40\% - (10\% + 3X) + X = 1$ ----> $X = 5\%$
 $Y = 1 - 10\% - 5\% = 85\%$ ----> 有且仅有一种症状的人为 $300 \times 85\% = 255$

$$1 = A + B + C - AB - BC - AC + ABC$$

19、问根号 n 是否大于 100？

- (1) 根号(n+1) > 100
- (2) 最大的 4 个数都大于 8

【答案】B

【思路】先考虑条件(1), --> $n + 1 > 10000$ ---> $n > 9999$ ---> $n \geq 10000$ 所以根号 n 可能大于 100 也可能等于 100, 所以条件(1)不 sufficient.

条件(2) ----> $n - 1 < 99^2$ --> $n < 9802 < 100000$ ----> 根号 n < 100

所以条件(2)可以推出，答案为 B

20、问 19 个数的 median？

- (1) 最大的 14 个数都是 9
- (2) 最大的 4 个数都大于 8

【答案】A

【思路】median 的定义为一组数从小到大排列，中间的一个数为 median. 条件一：最大的 14 个数都

是 9，我们可以得到中间的那个数就是 9，因此可以得到中数为 9。

由条件(2)，我们不能得到有关中数的信息，所以(2)不 sufficient.

答案为 A

21、有一组数是 0, 9, 5, X, Y, 其中 X, Y 是正数，问这组数的 range 是多少？

(1) $X+Y=9$

(2) $X-Y=1$

【答案】A

【思路】range 就是用一组数中最大的数减去最小的数

由条件(1): $X+Y=9$, 且 X, Y 是正数 $\rightarrow 0 < X, Y < 9$, 因此上述一组数中最大的数为 9, 最小的数为 0. 可以求得 range 为 9

由条件(2): $X-Y=1$, X, Y 可以是任何比 9 大的数, 也可能比 9 小, 所以无法确定该组数的最大数, 因此不能求解。

答案为 A

【费费数学宝典】第三部分

(三) 01-05 by joywzy

1、从 7 个男生与 7 个女生中选 3 个男生与 3 个女生共有多少种组合？

【答案】 $C_7^3 * C_7^3$

【思路】从 7 个男生中取 3 个男生， C_7^3

同理，从 7 个女生中取 3 个女生， C_7^3

2、一组连续整数组成的数列，开头与结尾两数都为偶数，且偶数共有 7 个。问从中任选一数，其中奇数的概率是多少？

【答案】 $6/(6+7)=6/13$

【思路】

连续整数；

开头与结尾都为偶数；

偶数共有 7 个；

=> 因为奇数、偶数相临排列，数列中共有奇数 6 个，偶数 7 个，一共 13 个数；所求概率为： $6/13$

3、一台机器人每天工作 8 小时（含休息时间），共完成 65 个工程。其中 50 个工程每个需 5 分钟完成，15 个需要 12 分钟完成。问在这 8 小时任选一时刻，这个机器人正在操作 12 分钟工程的概率是多少？

【答案】 $3/8$

【思路】先求出花在 12 分钟上的项目所需要的总的时间除以所有时间 8 小时就是它的概率： $15*12/60/8=3/8$

4、有 R 与 S 两数满足 $R^2+S^2=K$ (K 为一常数)，问：点 (-2, 2) 是否满足此方程？

(1) $K=8$;

(2) 点 (2, -2) 满足此方程；

【答案】D

【思路】

(1) $(-2)^2+2^2=8$, (1)可推出

(2) $\Rightarrow K=2^2+(-2)^2=8$, 然后与 (1) 同，得出 (2) 可推出

5、(图表题)

缺勤次数 人数

0	4
1	3
2	10
3	3
4	5
5次及以上	3

问：有缺勤记录的人的缺勤次数中数是多少？

【答案】2

【思路】0缺勤应该是不算的。那么总共有缺勤纪录的人数为 $3+10+3+5+3=24$ ，所以第12或13那个人对应的缺勤次数是2。

(三) 06-10 by 祈晴坊主

6、 $X^{(X+Y)^2} = ?$

- (1) $XY=6$;
- (2) $X+Y=5$;

【答案】E

【思路】 x, y 都有可能等于2或者3，所以无法判断

7、已知 A_0 等于1， A_1 等于2，其后各项通式为： $A_{n+1}=3(A_n-1)A_{n-1}$ ，问 A_5 等于多少？

注： $A_0/A_1/A_n/A_{n+1}$ 中A后面为下标。

【答案】3528

【思路】好象只能一个个算， $A_2=3*1*1=3$ ， $A_3=3*2*2=12$ ， $A_4=3*11*3=99$ ， $A_5=3*98*12=3528$

8、1, 2, 3, ..., 9中取出两个数组成一个三位数（其中两个数相同），问有多少个数？

【答案】216

【思路】

第一种： $C_9^1 * C_3^2 * C_8^1 = 216$ ，先任取一个数 C_9^1 ，因为三位数中有两个相同，就选 C_3^2 来放这两个数，然后，再在剩下的8个数中任选一个放三位中空那个位置 C_8^1

第二种： $C_9^2 * (P_{3,3}/P_{2,2}) * 2 = 216$ ，假设A,B两个数，若A重复，则一共有 $P_{3,3}/P_{2,2}$ 个，还有一种可能就是B重复，又有 $P_{3,3}/P_{2,2}$ 个，所以要乘以2

9、X, Y, Z是三角形的三个边，且 $X < Y < Z$ ，三角形的面积=1，问Y的范围？

【答案】(根号 2, ∞)

【思路】: 三角形的面积 $=1=1/2*XY\sin \theta$, 由 $Y^2>XY$ 可得 $Y^2>2/\sin \theta$, 因此 $Y>$ 根号 2, 此题曾在研究生考试中出现过, 画两条平行线, 根据图可得, 可以取到无穷

10、For all x , x is positive integer, "2-height" is defined to be the greatest nonnegative n of x , what is the greatest number of 2-height when 2^n is the factor of x ?

- A. 2
- B. 12
- C. 40
- D. 76
- E. 90

【答案】C

【思路】: $40=2^3 *5$, 2 的幂最多

(三) 11-15 by 祈晴坊主

11、已知整数 K 前所有整数之和为 $K(K+1)/2$, 问 M 和 N 之间, 包含 M 和 N , 整数的和为多少($M<N$)?

【答案】 $n(n+1)/2 - m(m-1)/2$

【思路】

题中整数 k 前所有整数之和应包括 k , 这样表达有模糊的地方, 但要是能一眼看出 $1 \rightarrow k$ 的和为 $k(k+1)/2$, 那也不成问题。

将本题换一种方式来表达可能更容易理解一点:

求正整数 m 和正整数 n 之间, 包含 m 和 n , 整数的和为多少($m<n$)?

这样表达就要求你自己推出 $1 \rightarrow m$ 的和为 $m(m+1)/2$, $1 \rightarrow n$ 的和为 $n(n+1)/2$, 稍微复杂一点, 但不会出现理解上的问题。

12、8 marbles in a bag, 4 red and 4 white. Randomly get 3 marbles out of the bag, what's the probability that at least 1 of the 3 marbles is red?

【答案】 $1 - c(4,3)/c(8,3)$

【思路】 剪去没有红色的

13、两个三角形相似, 面积比为 1:2。小三角形一边长为 A , 大三角形类似的一条边为 B , 用 A 来表示 B 的长度?

【答案】根号 $2*a$

14、 Somebody bought some pencils and rubbers in a shop. What's the price for each pencil?

- (1) he paid 215 cents for 2 pencils and 3 rubbers
- (2) he should have bought 8 pencils and 12 rubbers if he paid 860 cents.

【答案】E

【思路】

$$2p+3r=215$$

$$8p+12r=860$$

方程有无数解，选 e。

15、有 2 个集合 A、B，A 集合包含 20 个数，B 集包含 30 个数。问 B 集的 range 是否小于 45？

- (1) A 集中 range 是 10，
- (2) 如果把 A、B 集并起来，合并后的大集的 Range 是 10。

【答案】: B

【思路】: B 集的 $range \leq a、b$ 并集的 range，因此为 b。

(三) 16-20 by jacy

16、坐标图上画出两根线段，相交于一点，求这点的坐标。两根线段的另一头分别为 (0, 0) 和 (5, 3)，线段 1 的 SLOPE 为 1/8，线段 2 的 SLOPE 为 2/5。

【答案】(-40/11,-5/11)

【思路】已知一点做标与斜率可得出直线方程，分别为： $y=1/8*x$ & $y=2/5*x+1$ 解方程组即为交点坐标。

17、

```
O
  X X
  X X X
  X X X X
X X X X X
凹凹凹凹
```

上图的第一行的“O”表示一个小球。第 2、3、4 行的“X”表示障碍物。第 6 行的“凹”表示小凹槽。小球从上落下，掉到第 3 行时受中间的障碍物阻滞，会向左或向右的机率是各百分之五十。以下亦然。

问：最后掉到第 6 行的第二个小凹槽的机率有多大？

【答案】 $3/8$

【思路】 画图作吧.

O

	X		X
	X	X	X
X	$1/2$	$1/2$	X
X $1/4$	$1/4+1/4$	$1/4$	X
凹	$1/8+1/4$	凹	凹

18、五个数：X，Y，Z，5，7，他们的算术 mean is 8，下面那个对？

(1) The range of the five numbers is 2 or more;

(2) AT least one of x,y,z is more than 9;

【答案】 1&2

【思路】 因为 mean=8, so $x+y+z=28$, 那么 x,y,z 最接近只能为 8,9,11 so range>2.(1)中强调 range>=2 包括>2 所以认为对.

由 $x+y+z=28$ 可知, x,y,z 平均数>9 所以(2)正确.

19、 If for integers C, $6 < C < 20$, what is the least possible value of the equation $(20-C)/(6-C)$?

【答案】 -13

【思路】 原式可化简为 $1+14/(6-c)$, c 越小, 该值越小, $c > 6$, 所以 $c=7$ 时得-13 最小.

20、 For integers a and b, if $(a^3-a^2-b)^{1/2} = 7$, what is the value of a ?

(1) $a^2-a=12$;

(2) $b^2-b=2$;

【答案】 B

【思路】

由(1)得 $a=-3$, or 4 结果不唯一.

由(2)得 $b=-1$ or 2.

$B=-1$ 代入原方程 $a^3-a^2=48$,得 $a=4$

$B=2$ 代入原方程 $a^3-a^2=51 \Rightarrow a^2(1+a)=51$, 51 分解, 只有 1 为完全平方数.所以 a 无解.

(三) 21-25 by renprince

21、一个公司的程序员的平均工资是 x ，统计员的平均工资是 y ，问程序员与统计员加到一块的平均工资是否小于 $(x+y)/2$ ？

- (1) 程序员多于统计员；
- (2) $y-x=4200$ ；

【答案】 C

【思路】 几个解题思路：1. 令程序员人数为 c ，统计员人数为 t ，则他们的平均工资与 $\frac{x+y}{2}$ 的关系为：

$$\frac{xc + yt}{c + t} - \frac{x + y}{2} = \frac{(x - y)(c - t)}{2(c + t)}$$

因此， $c > t$ 不能单独确定总平均数是否小于 $(x+y)/2$ ，必须要知道 x 与 y 的大小。

2、用简单的数值代入，如假设程序员有 3 个，统计员有 1 个，分 $x=50, y=100$ 或 $x=100, y=50$ 两种情况算算看。

3、用特殊情况：假设程序员无限多，统计员只有一个，则总平均数应近似于 x ， $x - (x+y)/2 = (x-y)/2$ ，因此必须要看 x 是否大于 y 才能确定结果。

4、用特殊值：当 x, y 相等时，无论是程序员多，还是统计员多，总平均数都等于 $(x+y)/2$ ，因此，仅有条件(1)程序员多于统计员，不能解决问题，必须要知道 x 和 y 的大小。

所以必须知道人数对比关系和工资大小关系，就可以推断出平均工资与被比较数值的大小，选 c

22、一件工作，A 做的概率为 0.5，B 做的概率为 0.4，问 A 不做 B 也不做的概率范围是多少？

【答案】 0.1~0.5

【思路】 画个图来表示一下：

两种比较极端的情况：

- (1) A/B 互不相容

$$A=0.5$$

|-----|-----|-----|

B=0.4 剩下 0.1

- (2) 发生 B 的时候，必发生 A：

$$A=0.5$$

|-----|-----|-----|

b=0.4 剩下 0.5

所以：0.1-0.5，当然也可以采用韦恩图。

23、 $a_1=1, a_{(n+1)}=1+1/a_n, a_5=?$

【答案】8/5

【思路】死板计算，因为只是到数列中第五个嘛！

$$a_2 = 1 + \frac{1}{a_1} = 2$$

依次类推：a5=8/5

24、问 N 为多少？

- (1) N 只有 2 和 3 两个质因子；
- (2) N 的因子个数为 12；

【答案】E

【思路】根据条件 1，可以把 N 表达成以下式子：

$$N = 2^\alpha 3^\beta (\alpha \text{ 和 } \beta \text{ 可取任意正整数})$$

可以知道条件 1 不充分，即使给予条件 2，

$$\alpha + \beta = 12$$

也无法唯一确定 N 值，选 E

25、某地 150000 个家庭，其中 80% 有 CableTV，60% 有 CassetteVIDIO，问既有 CABLE 又有 CASSETTE 的家庭可能数？

【答案】40%~60%的家庭两者都有，可能数为 60000~90000

【思路】最大的交集在于所有的 CassetteVIDIO 用户都拥有 CableTV，最小的可能性是为 $(0.8+0.6)-1=0.4$

(三) 26-30 by lyricling

26、 $a > b$ ？

- (1) $2b > a$ ；
- (2) $(a-b)^2 = 1$ ；

【答案】E

【思路】

(1) $2b > a \rightarrow b > a/2$ ；有可能 $a < b$ ，也有可能 $a/2 < b < a$ ，(1)不充分；

(2) $(a-b)^2 = 1 \rightarrow a-b = 1 > 0$ (即 $a > b$) 或 $a-b = -1 < 0$ (即 $a < b$) (2) 不充分;

(1)+(2): 无交集, 也不充分。

27、一个龙头灌水的速度是另一个的 1.5 倍, 两个一起灌要四小时, 问: 效率高的单独灌多少小时?

【答案】 $20/3$ (6 小时 40 分)

【思路】

设效率高的龙头速度为 x , 效率低的龙头速度为 y , 则有 $x = 1.5y$;

两人一起灌要 4 小时, 则有 $1/(x+y) = 4$ (小时);

效率高的龙头单灌时间为 $1/x$, 解方程组得 $1/x = 20/3$ (小时)。

28、一个飞机逆行 400 公里 (单程), 速度是 270 公里/小时, 顺风是 300 公里/小时, 问往返平均速度?

【答案】 $5400/19$ (公里/小时) ≈ 284 (公里/小时)

【思路】

逆风时间: $400/270$ 顺风时间: $400/300$

平均速度 = 总路程 / (逆风时间 + 顺风时间)

平均速度 = $400 * 2 / (400/270 + 400/300) = 2 / (1/270 + 1/300) = 5400/19$ (公里/小时)

29、从 8 个人中选三人组成三人小组, 其中 5 女 3 男, 至少有一个男的有几种组合? 有且仅有一个男的有几种组合?

【答案】 (1) $C_{3,8} - C_{3,5}$ (46) (2) $C_{1,3} C_{2,5}$ (30)

【思路】

(1) 至少有一个男的组合 = 八选三的组合数 - 选三个皆为女生的组合数

八选三: $C_{3,8}$, 三个皆为女生: $C_{3,5}$ 则有 $C_{3,8} - C_{3,5} = 46$;

(2) 完成有且仅有一个男生可以分两步考虑: 第一步, 从三个男生中抽取一个男生 $C_{1,3}$; 第二步, 从五个女生中抽取二个女生 $C_{2,5}$; 乘法原则, 两步相乘, 得 $C_{1,3} C_{2,5} = 30$ 。

30、一个自然数为两个三位数之和, 问其百位数是否为这两个三位数百位数之和?

(1) 此数的十位数为两个数的十位数之和;

(2) 此数的个位数为两个数的个位数之和;

【答案】 E

【思路】

设这两个三位数为 $X_1Y_1Z_1, X_2Y_2Z_2$, 自然数为 XYZ ;

(1): $Y = Y_1 + Y_2 \rightarrow Y_1 + Y_2 < 10$ 推不出 $X_1 + X_2$ 是否等于 X , (1) 不充分;

(2): $Z = Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_1 + Z_2 < 10$ 推不出 $X_1 + X_2$ 是否等于 X , (2) 不充分;

(1)+(2): 依旧推不出 $X_1 + X_2$ 是否等于 X , (1)+(2)不充分。

(三) 31-35 by Jacy

31、已知 X, Y 为正整数, 且 $11 < X < Y < 17$, 问: X, Y 值分别为多少?

- (1) X, Y 均为奇数;
- (2) X, Y 均为偶数;

【答案】A

【思路】由条件 X, Y 只能是 12, 13, 14, 15, 16 且正序排列

条件 1 可得唯一结果 A13 B15, 条件 2 结果不唯一, 所以选 A

32、某数列中共 7 个正整数, 问: 此 7 个数分别被 7 整除的余数相加等于多少?

- (1) 7 个余数的 RANGE 是 6;
- (2) 此 7 个数是连续的;

【答案】B

【思路】

条件 1 结果不定, 可以举例 6 个 1, 1 个 8 的结果就与 6 个 2, 1 个 9 的结果不同。

条件 2 因为自然数中每 7 个数是一个被 7 整除余数的循环。余数只能为 0-7。那么余数的和一定为 $0+1+2+3+4+5+6+7$ 结果唯一, 选 B

33、已知 ABCD 为四边形, 边长 $AB=12, DA=5$, 问: ABCD 是否为矩形?

- (1) 对角线 $DB=13$;
- (2) $AB=DC$, 且 $AD=BC$;

【答案】C

【思路】有条件 1 得角 A 为直角,

有条件 2 可以推出是平行四边形, 综合两条件, 有一直角的平行四边形是矩形。

34、已知某直线斜率为 2, 其代表方程式为: $ky+2x=6$, 问: $k=?$

【答案】-1

【思路】由 $KY=-2X+6$ 得 Y 的斜率为 $-2/K=2$, 得 $K=-1$

35、已知某数列中共有 7 个数, 中间数为 100, RANGE 为 50。其中最小的三个数的中间数为 70, 问: 最大的三个数的 RANGE 可能是多少?

- (1) 0
- (2) 20
- (3) 40
- A. 只有 (1)
- B. 只有 (2)
- C. (1) 和 (2)
- D. (2) 和 (3)
- E. (1), (2) 和 (3)

【答案】A

【思路】

根据条件可设 7 个数为 A, 70, B, 100, C, D, E,
由于 RANGE=50, A 小于等于 70, 那么 E 小于等于 120, 因为题目提到 C, D, E 是最大的数, 则 C 大于 100, 所以 E-C 只可能是 0

(三) 36-40 by Siebel

36、某百货商店的一种商品营业额即商品的售价乘以该商品的销售量。商品在促销期售价比上个月下降 10%，该月销量较上月增 10%，问：促销月营业额较上月变化幅度？

- A. 上升 10%；
- B. 上升 1%；
- C. 下降 10%；
- D. 下降 1%；
- E. 没升也没降；

【答案】D

【思路】 $[(0.9p*1.1s)/ps-1]*100%=-1%$

37、欲从 26 个字母中抽取字母组成三位数的密码，密码的中间字母只能为元音字母 (A、E、I、O、U)，密码前后两个字母是不同的非元音字母。问：可组成多少种不同的密码？

【答案】2100

【思路】 $C(5,1)*P((26-5),2)$

38、 2^N 是 $10!$ 的因子，问：N 值最大为多少？

【答案】8

【思路】 $10!$ 展开， $10=2^1*5$, $8=2^3*5$, ..., $N=1+3+1+2+1$

39、 x, y, z 是连续整数，问 x 是否为偶数？

- (1) xz 是偶数；
- (2) xyz 可被 4 整除；

【答案】A

【思路】去 2,3,4 and 3 4 5 验证即可。

40、 $R, S, T, 2, 4, 5 \dots$ ，前三个数之和是第四个数，求 R 是多少？

【答案】0

【思路】解如下方程即可：

$$T+2+4=5 \rightarrow T=-1$$

$$S+T+2=4 \rightarrow S=3$$

$$R+S+T=2 \rightarrow R=0$$

(三) 41-45 by 晴天猪

41、 X 是否满足： $0 < x < 1$ ？

- (1) $X^2 < 3$ 次根号 X ；
- (2) $X^3 < 3$ 次根号 X ；

【答案】A

【思路】

看 (1)， x 一定大于 0，所以 $0 < x < 1$

看 (2)， $0 < x < 1$ 或 $x < -1$

42、 S 是一个数列 (A_1, A_2, \dots, A_n)，可否求出数列的标准方差？

- (1) 每个数相等；
- (2) 数列的算术平均数是 7；

【答案】A

【思路】(1) 每个数相等，那么标准方差为 0

(2) 只知道数列的算术平均数，不知各数的离散程度，无法求出标准方差。

43、 TU 是个两位数 (T 是十位数， U 是个位数)。 TU is twice product of these digits, $U=?$

【答案】6

【思路】由题意， $10T+U=2*T*U \rightarrow$

$$U=10T/(2T-1)$$

$$U=10T-5+5/(2T-1)$$

$$U=5+(5/(2T-1))$$

又，由 U,T 的定义域可得 $T=3,U=6$ 。

44、已知数列 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)，从中选不同的三个数组成三位数 ABC，中间数只能是偶数，求：能组成几个三位数？

【答案】 $C_4^2 * P_{7,2}$

【思路】 第一步从 4 个偶数中任选一个作为中间一位，即 C_4^1 ；第二步从剩下 7 个数中任选两个数的排列作百位和个位，即 $P_{7,2}$ ；由乘法原理，两步结果相乘即得解。

45、每只老虎每天吃 4.5 磅肉，每只狮子每天吃 3.5 磅肉，动物园没有其它猫科动物，问：动物园每只猫科动物平均每天吃多少磅肉？

- (1) 老虎的个数是狮子的 2 倍；
- (2) 狮子有 4 只；

【答案】 A

【思路】 设有老虎 $2X$ 只，所求表示为 $4.5 * 2X + 3.5 * X / (2X + X) \rightarrow 9 + 3.5/3$ ，故(1)充分；(2)缺少狮子与老虎的数量关系，不充分。

【费费数学宝典】第四部分

(四) 01-05 by lindagmat

1、 $y=x^2+2qx+r$, X 轴上有几个交点?

(1) $q^2>r$;

(2) $r^2>q$;

【答案】A

【思路】 $AX^2+BX+C=0$ 这个方程, IF $B^2-4AC>0$, 方程有两个不相等的实根; IF $B^2-4AC=0$, 方程有两个相等的实根; IF $B^2-4AC<0$, 方程无解。

2、一个班有 18 个男生, 全班有 26 人选修生物课, 问全班人数?

(1) 男生中选修生物课的有 15 人;

(2) 女生人数是没有选修生物课的人数的 2 倍;

【答案】B

【思路】设全班人数为 X, 则女生人数为 X-18, 没选修的人数为 X-26, 只有条件二可解 X。

3、There are 100 students in the class. Each student must choose at least one course of English, French, and German. But no student can choose all the three class. There are 30 students learn E, and 60 students learn French, and 15 students learning German also learn English. How many students learn German? (students learning E do not learn French and F not G)

【答案】25

【思路】 $100-30-60+15=25$, 学 E 不学 F, 也就是 E 与 F 的交集为 0, 同理 F 与 G 的交集也为 0, 那么只有 E 与 G 有交集为 15, 则学 E 学 G 的人为 $60+30-15$, 现在要求 F 只要把学 E 学 G 的减掉即可。

4、Every internal angle in a polygon is less than 180. How much is the average internal angle for a polygon:

(1) there are two right internal angles;

(2) there are five vertices;

【答案】B

【思路】五个顶点就表示有五个角, 那么这个图形就是无边形, 内角和为 $(N-2)*180=3*180=540$, 其平均数为 $540/5=108$ 。而条件一无法确定到底有几个角。

5、There are two set A and B which only includes positive integer. A and B have the same number of

positive integers. Is the median of A greater than the average of B?

- (1) the items in A are even, the items in B is odd;
- (2) the sum of A is equal to sum of B;

【答案】E

【思路】举反例：A{-2, 2} B{-1, 1} OR A{2, 4, 6, 8} B{1, 3, 5, 11}

(四) 06-10 by mike1999

6、一个包中装有 7 个红色的物体，5 个绿色的物体，问：从中随意取出 3 个是全红的概率？

【答案】7/44

【思路】

$C_{7,3}/C_{12,3}=7/44$ ($C_{7,3}$ 表示从 7 个物体中随意取出 3 个组合数)

7、 $4 < (X-1)(X-1) < 16$ ，问 X 是整数的数目？

【答案】2

【思路】

$$4 < (x-1)^2 < 16$$

$$2 < |x-1| < 4$$

$$x < -1, \text{ 或 } x > 3,$$

$$\text{且 } -3 < x < 5$$

在这些区间的整数是-2, 4。所以答案是 2 个整数。

8、 $A_n = A_{(n-1)} + 2A_{(n-2)}$, $A_1 = A_2 = 1$, $2 < n < 7$ ，问 A_7 等于多少？（其中， $n, (n-1), (n-2)$ 为下标）

【答案】43

【思路】

$$A_3 = A_2 + 2A_1 = 3$$

同理按顺序可以推出 $A_4=5, A_5=11, A_6=21, A_7=43$

9、一个人一年的 income 当中一部分花掉，另一部分存起来，利率是 r。第二年存起来的部分每 1 dollar 变成 $(1+r)$ dollar。第二年没有收入，将第一年存的钱用来花销，问如果第二年可供花销的钱是第一年花掉的钱的 1/2，那么第一年存的钱是收入的几分之几？

【答案】 $1/(2r+3)$

【思路】

设第一年存的钱为 x, 第一年花的钱 y

则有： $(1+r)x/y = 1/2$, 所以 $y = 2x(1+r)$,

设第一年收入 z , 则 $z=x+y$

所以 $x/z=1/(2r+3)$

10、 k 和 p 是 positive constants, 问: 以下那个方程一定有一个负数解。

I. $X^2+kX+p=0$;

II. $X^2-kX+p=0$;

III. $X^2+kX-p=0$;

A. I

B. II

C. III

D. II and III

E. I and II and III

【答案】C

【思路】

运用二次方程根的一般解法:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

以及 k, p 是正整数的条件可以很快解得只有 C 肯定是负解。

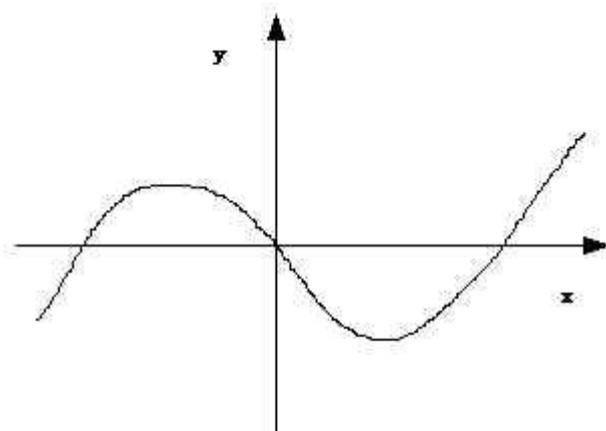
(四) 11-15 by viviandq

11、 $S=(-6, -5, -3, -2, -1)$, $T=(-2,-1,0,1,2,3)$ 。One number is selected from S, and the other number is selected from T. What is the probability that the product of the two numbers is negative?

【答案】 $1/2$

【思路】 $C_5^1 * C_3^1 / C_5^1 * C_6^1 = 1/2$

12、



What is the function of the curve above?

- (1) $y = x^3 - x^2$
- (2) $y = -x^3 + x^2$
- (3) $y = -x^3 + x$
- (4) $y = x^3 - x$
- (5) $y = x^3 + x$

【答案】(4)

【思路】根据图形可以知道应该找与 X 轴有三个交点，也就是 y 等于 0 时可以解出三个实根的方程。排除 (1)、(2)、(5)，因为 (1) 只有两个实根，(2) 也是有两个实根，(5) 只有一个实根，只有 (3) (4) 是对的。(3) (4) 又可以通过增减函数来排除，图形告诉我们 X 向正无穷方向增加，Y 的值也随之增加，从某点开始为增函数，再看方程 (3) 明显从某点开始后为减函数，因此 (4) 是对的。

13、0-50 (包括 0 与 50) 中，被 3 整除余 1 的数有多少个?

【答案】有 17 个

【思路】 $0 \leq 3x+1 \leq 50 \quad x=0 \cdots 16$

14、N is the sum of the first K consecutive positive integers, where $101 \leq K \leq 150$. What is the sum of $1/N$?

【答案】 $2 * (1/101 - 1/151)$

【思路】把 first consecutive 理解为是从 1 开始到 k 的数列。

$$N = (1+K) K/2$$

$$1/N = 2/K (K+1) = 2 * 1/K (K+1)$$

$$\text{因为 } 1/K (K+1) = 1/K - 1/(K+1)$$

所以 $\sum_{K=1}^{151} \frac{2}{K(K+1)} = 2 * \sum_{K=1}^{151} [\frac{1}{K} - \frac{1}{(K+1)}] = 2 * (\frac{1}{101} - \frac{1}{151})$

15. There are six cards each with a number from 1 to 6. Draw one card randomly and then put it back into a bowl. If one card is to be drawn randomly, and the sum of two cards is 8, what's the probability that the card is 5?

【答案】2/5

【思路】因放回，两张 cards 之和=8 有 5 种可能，2 6，6 2，3 5，5 3，4 4，其中出现 5 的可能有 2 种。

(四) 16-20 by viviandq

16. There are 1200 respondents to a poll, each favoring their preference for candidates A, B, and C. 54% favored A, 48% favored B, and 42% favored C, and there is 30% favored both A and B. What's the largest possible number of respondents favoring C, but not C & B, nor C & A.

【答案】 $1200 \times 0.28 = 336$

【思路】题目问只选 C 的最大可能数是多少，要使这个数最大，就要满足所有选 C 的人，都不会同时选 A 或者 B。即 $P(c) = 1 - P(A+B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(AB)] = 1 - (0.54 + 0.48 - 0.3) = 0.28$ 。

17. A plane flew a distance of 800 miles at 360m/h with wind speed. And flew back at 260m/h with wind against it. What's the average speed of the round-trip?

【答案】约等于 302m/h

【思路】将题目理解为单程 800m，round-trip 1600m，两个时速中已计入风速的影响，不另行计算。则第一段距离 800m，时速 360m/h，用时 20/9h；第二段距离 800m，时速 260m/h，用时 40/13h。则全程的平均时速 = $1600 / (20/9 + 40/13) = 9360/31$ ，约等于 302m/h。

18. To travel trip of 40 miles... the speed for the first Y miles was X, and the speed for the remaining 40-y is 1.2X. What average speed?

(1) $x = 12m/h$

(2) $y = 20m/h$

【答案】选 c

【思路】根据题意，(2)应该为 $y = 20m$ 。只有将(1)和(2)的条件合在一起，同时知道两段路程的长度分配和每段路程的速度，此题才有确定的解。

19. 一群鹅，用来做移民 (Immigration) 试验，30%是公的，在移民的鹅中 20%是公的，问：公鹅

的迁徙率比母鹅的迁徙率是多少？

【答案】7/12

【思路】设一共有 X 只鹅，其中 $30\%X$ 是公的，则 $70\%X$ 是母的；设移民的有 Y 只，其中 $20\%Y$ 是公的，则 $80\%Y$ 是母的，则公的迁徙率为 $0.2Y/0.3X$ ，那么母的迁徙率为 $0.8Y/0.7X$ 因此公鹅的迁徙率比母鹅的迁徙率是 $(0.2Y/0.3X) / (0.8Y/0.7X) = (0.2/0.3) / (0.8/0.7) = 7/12$

20、 r 方法和 s 方法 (scale) 不同，在 r 方法下的 6, 24 分别对应 s 方法下的 30, 60, r 和 s 成 linear 关系，问：要得到 s 方法下的 100，应该在 r 方法下是多少？

【答案】48

【思路】因 r 与 s 成线性关系，所以 r 与 s 的关系可列出方程： $s = ar + b$ ，将 $r=6, 24$ 和 $s=30, 60$ 分别带入方程，求得 $a=5/3, b=20$ ，即 $s=5/3r+20$ ，再将 $s=100$ 带入。

(四) 21-25 by lindagmat&joywzy

21、张三要去出游，但她会在下雨的第一天日终回家，已知她是星期六开始旅行的，施行头三天下雨的概率 (each) 分别是 0.2 (independent)，问张三在星期一回家的概率。

【答案】0.128

【思路】

问张三在星期一回家的概率,说明星期一这天下雨了,而星期六和星期日是下雨的。则所求的概率为 $0.8*0.8*0.2=0.128$

22、 $ax+by+c=0$, slope 是 $2/3$, $b=?$

(1) $a = 3$;

(2) $c = -6$;

【答案】A

【思路】

斜率为 $2/3$ ，即 $-a/b=2/3$ ，又根据条件一可知道 B 的值

23、一个四边形是不是正方形？

(1) 角 A +角 $B=180$ ，两角相邻；

(2) 四边相等；

【答案】E

【思路】

反例：符合条件一和二的是菱形，不一定是正方形

24、问 median?

- (1) 某部门有超过一半的员工收入小于等于 180\$;
- (2) 有超过一半的员工收入大于等于 180\$;

【答案】C

【思路】median 为 50% 和 51% 两数字的平均数

有大于 50% 的人是 ≤ 180 , 也有大于 50% 的人是 ≥ 180

说明中间重叠的部分都是等于 180 的, 那么 50% 和 51% 都等于 180, median=180

25、 $L(n+1)-L_n=(-1)^n$, 问: L_1, L_2, L_3 的大小关系? ($L_1=L_3>L_2$)

【答案】($L_1=L_3>L_2$)

【思路】

$$L_2-L_1=-1$$

$$L_3-L_2=-1$$

$$\text{两式相加得: } L_3-L_1=0$$

$$L_3=L_1>L_2$$

(四) 26-30 by Jacy

26、问某数为 3 的倍数?

- (1) 除 21 后余数为奇数;
- (2) 除 27 后余 6;

【答案】B

【思路】由 1 得 $21K+\text{奇数}$ 被 3 除, 即为奇数是否被 3 整除, 不一定。

由 2 得 $27K+6$ 定能被 3 整除, 所以选 B

晴天猪

【答案】B

【思路】由 A, $X=21N+2n+1=3*(7N+(2n+1)/3)$, 由于不能确定 $2n+1$ 是 3 的倍数, 故 A 不充分; 由 B, $X=27N+6=3*(9N+2)$, B 充分

27、某人得到 5 个帐单要支付, 每个价格不同, 她随便支付, 问她最先支付最贵的, 最后支付最便宜的机率?

【答案】P3, $3/P5$, $5=1/20$

【思路】分子把最贵的, 最便宜的固定了顺序, 就等于把中间 3 个全排列

晴天猪

【答案】P3,3/P5,5

【思路】将此题化为：求从 1-5 中，先取 1，最后取 5 的概率。因为 1、5 的次序一定，故只需算中间三个数有多少种取法即可，即 P3,3。用此结果除以随意取 5 个数的取法 (P5,5)，即为所求。

28、9 的 20 次方是十位数是：0，9 的 19 次方的十位数是？

【答案】8

【思路】9 的 N 次方个位数是 9，1 的循环，因此 9 的 19 次方个位数必为 9。设十位数为 X 而 9 的 20 次方十位数为 0，那么 $9 * X + 8$ 一定为 10 的倍数，所以 X 只能是 8

晴天猪

【答案】8

【思路】9 的 n 次幂，其个位数有如下规律：n 为奇数，个位为 9；n 为偶数，个位为 1。因此有 9 的 19 次幂个位为 9，设 9 的 19 次幂十位为 X，则 9 的 20 次幂十位表示为 $9 * X$ 结果的个位数 + 8 = 0，故 X = 8。

29、X 的平方大于 Y 的平方？

- (1) X 大于 Y；
- (2) XY 大于 0；

【答案】E

【思路】1 反例 0 > -1，与 2 > 1 结论不一定
2 反例好举

晴天猪

【答案】E

【思路】举反例：(1) $-1 > -2 \rightarrow -1^2 < -2^2$ ； $5 > 3 \rightarrow 5^2 > 3^2$
(2) 上例的两组数同样适用。

30、一对夫妇生四个孩子，两男两女的概率？

【答案】3/8

【思路】4 个孩子中选 2 个为男孩，剩下为女孩 $C(4, 2) * (1/2)^4 = 3/8$

晴天猪

【答案】 $C(4,2) * C(2,2) / 2^4$

【思路】生孩子为独立重复事件[^]，每次两种可能，生 4 次共有 2^4 种可能；由于不是生男就是生女，故分子只需考虑一种情况即可 (4 个中有两个男或两个女)。从四个中任选两个，两个都是男/女的取法有 $C(4,2) * C(2,2)$ ，结果与前述 2^4 相除即得解。

(四) 31-36 by lindagmat

31、数列{150, 200, 250, n}，问下列哪个可能是他们的 median.

- (1) 175
- (2) 215
- (3) 235

【答案】175 AND 215

【思路】把三个数字带到原来的数列中，由于个数为偶数 4，则 median 为中间两个数的平均数。不过可以说明的是此题中数的范围可以求出[175, 225];

32、半径为 r 的圆的内接长方形的周长可能是哪个？

- A. $2\sqrt{3}r$
- B. $2(\sqrt{3} + 1)r$
- C. $4\sqrt{3}r$
- D. $4\sqrt{2}r$
- E. $4(\sqrt{3} + 1)r$

【答案】B 和 D

【思路】当内接长方形为正方形时，周长最大，为 4 根号 2R；当此长方形的宽无限缩小，则是两条直径，此时长度为 4R，是周长的最小值，当然是不可取的。周长的范围是 (4R, 4根号 2R]

33、袋中有球 20 个，5 种颜色：A、B、C、D、E，随机取出一个，either A or B 的概率小于 3/5，求 B 色的球最多几个？

【答案】10

【思路】是 A 的概率为 $C(a-1)/C(20-1)$ ；是 B 的概率为 $C(b-1)/C(20-1)$ ；两者相加的和小于 3/5，因有 5 种颜色，则 A 为 1 个时，B 最多，可以算出。

34、6 个学生分成 3 组讨论 3 个不同的问题，每组 2 人，问几种分法？

【答案】90

【思路】 $C(6,2) * C(4,2) / P(3,3) * P(3,3)$

35、N 是正整数，N 是否为一个整数的平方？

- (1) 4N 是一个整数的平方；
- (2) N^3 是一个整数的平方；

【答案】D

【思路】

(1) K 为整数, $4N=k^2=2^2*N$, 说明 N 肯定是个完全平方。

(2) $N^3=K^2$, N 必须是一个整数的平方

36、6 个公司, 每个公司派 3 人参加会议, 互相握手, 同公司间不握手, 问共有多少次握手?

【答案】135

【思路】 $C(18, 2) - 6C(3, 2)$

总共有 18 人握手, 可是同公司间不握手, 减去 6 个公司内部握手情况即可。

【费费数学宝典】第五部分

(五) 01-05 by joywzy

1、j, k 均为 positive integer, j 和 k 的 greatest common divisor?

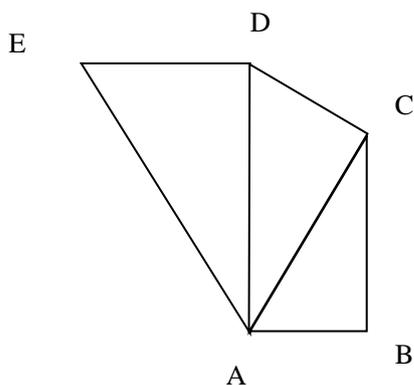
- (1) $j=k+1$;
- (2) jk is divisible by 5;

【答案】A

【思路】

- (1) 两个相邻正整数的最大公约数是 1
- (2) $J=3, K=15$, 最大公约数是 3; $J=5, K=15$, 最大公约数=5

2、已知 $AB=BC=CD=DE$, 且 $AE=10$, 求 AB ? (均为直角三角形)



【答案】: 5

【思路】: $AB=BC=X$, 所以 $AC=X * \sqrt{2}$, $CD=X$, 所以 $AD=X * \sqrt{3}$, $DE=X$, 所以 $AE=2X=10$, 所以 $X=5$

3、已知下列图表的每一行和每一列中, 1, 2, 3 出现且只出现一次, $r=?$

r	S	t
u	w	x
v	y	Z

- (1) $w+z=6$;
- (2) $s+t+u+v=6$;

【答案】D

【思路】

从条件 1,得 w, z 均为 3,由于各列,各行不得重复,推出 $r=3$

条件 2 得出 $s+t=3, u+v=3$ 得每行剩下的 r 必为 3

4、某批商品样式分为 r, d 两种, 形状有大小两种, 大的占 40%, 问 d 的比例?

(1) 大中有 30% d ;

(2) 小中有 40% d ;

【答案】C

【思路】

(1) 大中有 30% d , 因为不知道小中 d 占的比例, 无法求出 d 的比例。

(2) 小中有 40% d , 同样不知道大中占的比例, 无法求出 d 的比例,

(1)(2) $40\% \times 30\% + 60\% \times 40\% = 36\%$

5、从 1-100 中任意选 7 个数, 问它们分别除以 7 后所得的余数的和是否是 7 的倍数?

(1) 这 7 个数的 range 为 6;

(2) 这 7 个数 consecutive;

【答案】D

【思路】

(1) 这 7 个数的 RANGE 为 6, for example, 如果确定最小的数为 3, 由于 RANGE 为 6, 可以得出最大数为 9, therefore, 其实也就是 7 个连续的数被选

(2) 五个连续正整数, 分别除以 7, 分别余 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 相加得 21, 被 7 整除。

(五) 06-10 by lindagmat

6、一枚 coin, 投一次正面朝上的概率不是 0.5, 问是多少?

(1) 正面朝上是正面朝下的概率的两倍;

(2) 连续投两次, 一次朝上一次朝下的概率是 $4/9$;

【答案】A

【思路】设朝上的概率为 X , 那么朝下的概率为 $1-X$; (1) $X=2(1-X) \implies X=2/3$

(2) $C(2,1) \cdot X \cdot (1-X) = 4/9 \implies X=1/3 \text{ OR } 2/3$

7、4s, 6j 从中挑取 3 个, 至少有 1 个 s, 问多少咱挑法?

【答案】100

【思路】至少有 1 个 s, 只要把总数中减去一个 S 也没有就可以了。 $C(10,3) - C(6,3)$

8、 $x^3 > y$

(1) $\sqrt{x} > y$

(2) $x > y$

【答案】E

【思路】举反例：(1) $X=1/4$ $Y=1/3$ AND $X=4$ $Y=1$

(2) $X=2$ $Y=1$ AND $X=-2$ $Y=-3$

(1) + (2): $X=4$ $Y=1$ AND $X=1/4$ $Y=1/7$

9、一个物体 mass 的 $1/8 - 1/7$ 部分在水面上，问水上比水下 range 是多少？

【答案】 $1/7 - 1/6$

【思路】IF 水上部分为 $1/8$ ，则水下为 $7/8$ ，比为 $1/7$ ；IF 水上部分为 $1/7$ ，则水下为 $6/7$ ，比为 $1/6$ 。所以范围为 $1/7 - 1/6$

10、 $x^3 - x = (x-a)(x-b)(x-c)$ ，且 $a > b > c$ ，问 $b = ?$

【答案】0

【思路】 $x^3 - x = (X-1) X (X+1) = (x-a)(x-b)(x-c)$ ，又 $a > b > c$ 则 $1 > 0 > -1$ 。所以 $B=0$

(五) 11-14 by lyricling

11、 $x^2 + x - 6 < 0$ ，问： $x = ?$

(1) x 是自然数；

(2) $-2 < x < 2$ ；

【答案】A

【思路】

$x^2 + x - 6 < 0 \rightarrow (x+3)(x-2) < 0 \rightarrow -3$ 与 2 是该一元二次方程的两个根，也就是该函数图像与 X 轴交于 $(-3, 0)$ 和 $(2, 0)$ 。 $x^2 + x - 6 < 0$ ，则 $-3 < x < 2$ 。

(1) x 为自然数，则与上述 x 值域有交集，得出 x 为小于 2 的自然数， $x=1$ 。(1)充分；

(2) $-2 < x < 2$ 与 $-3 < x < 2 \rightarrow -2 < x < 2$ ， x 取值无穷多个。(2)不充分。

12、数列 $\{7, 6, 9, 10, 4\}$ 加入 $3, 7, 12$ ，哪个使得新的数列 median=mean?

I. 3

II. 7

III. 12

【答案】3 和 12

【思路】

数列加 3, 新数列为{3,4,6,7, 9,10}, $median=(6+7)/2=6.5$, $mean=39/2=6.5$, I 可以;

数列加 7, 新数列为{4,6,7, 7,9,10}, $median=7$, $mean=43/6\approx 7.2$, II 不可以;

数列加 12, 新数列为{4,6,7, 9,10,12}, $median=(7+9)/2=8$, $mean=48/6=8$, III 可以。

13、 $-3 < x < 1$ 等价于? ($|x+1| < 2$)

【答案】 $|x+1| < 2$

【思路】 $-3 < x < 1 \rightarrow -3+1 < x+1 < 1+1 \rightarrow -2 < x+1 < 2 \rightarrow |x+1| < 2$

14、 $A_1=2, A_2=3, A_3=A_1A_2, A_4=A_1A_2A_3, \dots$, 若 $A_n=t(n \geq 3)$, 那么 $A_{n+2}=?$

【答案】 t^4

【思路】

根据条件可得: $A_{(n+2)}=A_1A_2A_3 \cdots A_n \cdot A_{(n+1)}$; $A_{(n+1)}=A_1A_2A_3 \cdots A_{(n-1)}A_n$;

$A_n=A_1A_2A_3 \cdots A_{(n-1)}=t \rightarrow A_{(n+1)}=A_n^2$, 同理可得 $A_{(n+2)}=A_{(n+1)}^2$;

代入则有: $A_{(n+2)}=A_n^4=t^4$

【费费数学宝典】第六部分

(六) 01-05 by lindagmat

1、 In an insurance company, each policy has a paper record or an electric record, or both of them. 60 percent of the policies having incorrect paper record have incorrect electric record and 75 percent of the policies having incorrect electric record have incorrect paper record. 3 percent of all the policies have both incorrect paper and incorrect electric records. If we randomly pick out one policy, what is the probability that it is one having both correct paper and correct electric record?

【答案】 94%

【思路】

设总数为 X policies, 则既有非 P 又有非 E 为 $3\%X$; 60%的非 P 中为非 E, 则非 P 为 $3\%X/60\%$; 75%的非 E 为非 P, 则非 E 为 $3\%/75\%$, 那么非 P 与非 E 一共有 $(3\%X/60\%+3\%X/75\%-3\%X)$, 那么 P 与 E 一共有 $X-(3\%X/60\%+3\%X/75\%-3\%X)$, 则其概率为 $[X-(3\%X/60\%+3\%X/75\%-3\%X)]/X=94\%$

2、 If for all x , $x^2+ax+b = (x+c)^2$, then $a = ?$

(1) $b=0$;

(2) $c=-3$;

【答案】 B

【思路】 $x^2+ax+b = (x+c)^2 = x^2+2cx+c^2$, 则 $A=2C$, 只要知道 C 的值就可以知道 A 值了

$$x^2+ax+b = (x+c)^2 = x^2+2cx+c^2$$

$$x^2+ax+b = x^2+2cx+c^2$$

$$\text{化简后: } (a-2c)x+(b-c^2)=0$$

因为对于所有的 x 值, 上式均成立, 则 $a-2c$ 与 $b-c^2$ 必须同时为 0;

$$a-2c=0$$

$$b-c^2=0$$

只要知道了 b 或 c 中的任何一个数, a 均可求。

偶选 D。

3、 随机抽样 10 个产品有 N 个坏的, $N < 5$, 问 $N = ?$

(1) 任取两个产品, 都是坏的可能性为 $1/15$;

(2) 任取两个产品, 一好一坏的可能性为 $7/15$;

【答案】 D

【思路】 (1) $C(N, 2) / C(10, 2) = 1/15$ 可算出 $N(N-1) = 6 = 3 \times 2$ 则 $N=3$

(2) $C(N, 1) * C(10-N, 1) / C(10, 2) = 7/15$ 可算出 $N(10-N) = 21 = 3 \times 7 = 7 \times 3$ 则 $N=3$ 或 7 , 又 $N < 5$, 所以 $N=3$

4、 $xyz < 0$, 问 $x(y+z) > 0$?

(1) $|x+y| = |x|+|y|$

(2) $|y+z| = |y|+|z|$

【答案】C

【思路】由 (1) 可知 X、Y 是同号, 由 (2) 可知 Y、Z 也是同号, 则 X、Y、Z 都是同号, 所以 $x(y+z) > 0$

5、 $1/a+1/b+1/c+1/d+1/e=1$, $a\dots e$ 全是不同的正整数, 问: $a+b+c+d+e$ 的 least possible value?

【答案】 $3+4+5+6+20$

【思路】没有特殊的方法, 最好能够记住。

(六) 06-10 by lindagmat

6、If x and y are integers and $xy < 0$, what is the remainder when x is divided by y ?

(1) when x is divided by $2y$, the remainder is 4;

(2) when $x+y$ is divided by y , the remainder is 4;

【答案】B

【思路】(1) $X=2Y*K+4$ 举反例: 当 $Y=4$, $X=4$ 时, X/Y 的余数为 0。当 $Y=3$, $X=10$ 时, X/Y 的余数为 1. (2) $X+Y=Y*K+4$ 则 $X=(K-1)Y+4$, 所以 X/Y 的余数为 4

7、One set of numbers consists of consecutive integers and the least number is 3. How many numbers are there in the set?

(1) The average of all the numbers in the set is 6;

(2) The number of integers is one more than the range of the set.

【答案】A

【思路】设最大的数为 X , 则共有 $(X-3+1)$ 个数字, (1) 利用求和公式, $(3+X)(X-3+1)/(X-3+1)=6$, 则 $X=9$, 所以这个集合共有 7 个数字. (2) The number of integers 为 $(X-3+1)$, one more than the range of the set 为 $(X-3+1)$, 两边一样的, 无法求出 X .

8、 $10*10$ 的 table 里每个格里只能放 -100, 0, 100 这 3 个数中的一个, 问 $\text{sum of the table entries} > 0$?

(1) 每一行只有一个是正数;

(2) 每一列只有一个是正数;

【答案】E

【思路】无论是(1)或(2), 还是(1)+(2),都无法确定整个表格的和,因为在每个格中都放 0,或 100 或-100 或每一行只有一个是正数 100,其他还是可以随便放,可都放 0 或-100,结果就不同,前者大于 0,后者和小于 0.同样地条件一和二都无法确定和的正负情况.

9、 If $n=p/q$, and both of p and q are non-zero integers, is n an integer?

(1) n^2 is an integer;

(2) n^3 is an integer;

【答案】 D

【思路】 主要考虑到这样的数字,如:通过条件一 N 可能为根号 2, 可是根号 2 是无限不循环小数,是无法用分数表示的.只有循环小数和分数都是有理数,可以互相转化.

10、 $|a-b|>|a+b|$?

(1) $ab<0$;

(2) $a>b$;

【答案】 A

【思路】 (1)知 A 与 B 是异号,可得 $|a-b|>|a+b|$

(六) 11-15 by lindagmat

11、 $S=m(m+4)(m+5)$ and m is a positive integer. Which of the following must be true?

(1) S is divisible by 3

(2) S is divisible by 4

(3) S is divisible by 6

【答案】 1 AND 3

【思路】 连续的三个自然数既可以被 2 整除, 也可被 3 整除, 则可被 6 整除。而 M 与 $(M+3)$ 刚好相差 3, 也就是 $M+3$ 值的特征与 M 值的特征是一样的, 则 S 可以看成连续的三个自然数

12、 一个经理在 12 个时间段中任选 7 个, interview 7 个申请人, 问: 有几种方法?

【答案】 $P(12\ 7)$

【思路】 从 12 个时间段中选 7 个, 与 7 个申请人进行全排列。
或者第一个可从 12 个时间段中选一个, 依次, 第二个可从 11 个中选一个。。。等等, 总共有 $12*11*10*9*8*7*6$ 中方法。

13、 $f(n)=2^x*3^y*5^z$, x, y, z 分别是整数 n 的百位、十位和个位。 $f(m)=9f(h)$, $m-h=?$

【答案】20

【思路】 $f(m)=9f(h)=3^2 f(h)$ ，根据题目可知 3^2 是 Y 的指数相差 2，而 X、Z 是相同的，又 Y 是整数的十位。则 $f(m)$ 比 $f(h)$ 2 个十位，也就是 20

14、For all x , x^2+6x+q , q 为常数, 问 $q=?$

(1) $(x+r)^2+4=x^2+6x+q$

(2) $(x+m)(x+n)=x^2+6x+q$

【答案】A

【思路】(1) $(x+r)^2+4=x^2+6x+q=x^2+2rx+r^2+4$ 则 $2r=6$ $r=3$ 和 $r^2+4=q$ 因此 $r=3$ $q=13$

(2) $(x+m)(x+n)=x^2+6x+q=x^2+(m+n)x+m*n$ 则 $m+n=6$ 和 $m*n=q$ 由于 M 和 N 的值无法确定, 则 Q 的值也无法确定

15、在一个 X-Y 坐标轴上, 直线 L 过点 (0, -2) 和点 (-3, 0), 问: 以下哪条直线与 L 平行?

(A) $3Y-2X=0$

(B) $3Y+2X=0$

(C) $3Y-2X=6$

(D) $3Y+2X=6$

(E) $2Y-3X=0$

【答案】A

【思路】先求出 L 的直线方程为 $3Y-2X=6$, 那么与 L 平行的直线方程为 $3Y-2X=K$ ($K \neq 6$), 则至于方程 A 了

(六) 16-20 by lindagmat

16、在一个直角坐标系上有一个正方形, 其三个顶点分别为 (G, H), (G, -H), (-G, -H), $G < 0$, $H > 0$, 问以下哪一个可能是该正方形的另一个顶点的值。

(A) (-5, 3)

(B) (5, -3)

(C) (-5, -3)

(D) (-3, 5)

(E) (5, 3)

【答案】E

【思路】已知的三个顶点分别在第二、三、四象限, 通过此处正方形顶点的对称性, 可知另一个顶点在第一象限, 只有答案 E 了

17、5 辆红色的车，3 辆蓝色的车，1 辆白色的车和 1 辆黑色的车在 5 条车道上 SHOW，问排法？

【答案】 $P(10\ 5)$

【思路】一共 10 辆车,由于未说 5 辆红色的车是否可分辨，一般情况下，没有说不可分辨，就是可分辨的。也就是 5 辆红色的车是不一样的，现在只要从中选 5 辆在 5 条车道上 SHOW 进行全排列即可。

18、一个旅游场有 3 辆不同的车，有一个游人每次坐一辆车，坐 3 次，问恰好坐了 3 辆不同车的概率？

【答案】 $P(3\ 3)/3^3$

【思路】总事件为 3^3 ，基本事件是全排列 $P(3\ 3)$

19、求与直线 $y=5x$ 垂直的方程。

【答案】 $Y=-1/5X+B$

【思路】两直线垂直可知两直线的斜率乘积为-1

20、 m, n, s 分别是一个三位数的百位、十位、个数， $mns=96$ ，问个位是多少？

- (1) 这个数是奇数；
- (2) 百位数是 8；

【答案】A

【思路】 $96=2^5*3$ ，只有一个奇数,为 3

(六) 21-27 by lindagmat

21、某数 h 是否质数？

- (1) 所有质因子 $>h/2$
- (2) 所有质因子 $>\sqrt{h}$

【答案】D

【思路】如果 H 是质数，那么其质因子就是本身 H ，肯定大于 $H/2$ ，大于根号 H ；如果 H 不是质数，那么其质因子大小就无法确定了，比如 $15=3*5$ ，两个都是质因子，可是一个符合条件，一个不符合。如果是偶数，那么 2 就是一个质因子，其就不符合条件。

22、有三个队每队派出三个人参加一个比赛，如果一队中一个人最后得了 n 名，那么这个队就得了 $6-n$ 分， $1 \leq n \leq 5$ ，没有平局，如果没有一个队得分超过 6 分，问三个队中最低得分可能是多少？

【答案】3

【思路】总分为 $1+2+3+4+5=15$ ，共三队，每队不超过 6 分，则要一个队的最低得分，也就是其他两队得分最多就可以了，为 6 6 3

23、扔硬币 5 次，正面向上概率 $1/2$ ，问其中恰巧 3 次正面向上的概率。

【答案】 $C(3,5) * (1/2)^5$

【思路】

无论正面朝上,还是反面朝上,每一次的概率都是 $1/2$.现在扔了 5 次,则概率为 $(1/2)^5$,现在问其中恰巧 3 次正面向上,那么只要从 5 次中选 3 次为正面即可.

24、五个停车位，三辆 identical 的红车，一辆黄车，一辆绿车都停进去的方法有多少种？

【答案】20

【思路】五辆进行全排列 $P(5,5)$ ，由于 3 辆红车是不可分辨的，也就是一样的，没区别，这样就要去带掉 3 辆红车的排列情况，为 $P(3,3)$ ，则共有 $P(5,5) / P(3,3)$ 种方法。

25、 $\{x\}$ denotes the greatest integer less than or equal to x . Is $\{x\}=1$?

(1) $x > 1$

(2) $x < 2$

【答案】C

【思路】 $\{x\}$ 为 X 的整数部分

26、求 Median of a sequence (all the numbers are integers)

(1) 25% 的数大于等于 4

(2) 35% 的数小于等于 2

【答案】C

【思路】只要找到 50% 通过的那个数字就是 Median，根据两个条件可知中间的 40% 等于 3，则 50% 通过的数就是这部分，Median=3

27、甲乙两从做某项工作，甲乙单独做，完成 W ，甲比乙多 2 天，甲乙一起做，完成 $5/4W$ ，共需 3 天。问甲单独完成 $2W$ ，需几天？

【答案】12

【思路】甲-乙=2 又 $5/4W / (W/甲+W/乙) = 3$ 可算出甲等于 6，则单独完成 $2W$ ，需 $6*2=12$ 天

